SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12 THPT**
HÀ NỘI	**Năm học2015 - 2016**

Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: *180 phút*
(*Đề gồm 01 trang*)

Bài1(*1,0 điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Bài 2 (*1,0 điểm*). Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ biết d có hệ số góc bằng -1.

Bài3 (*1,0 điểm*).

1) Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức $\omega = 3z - \bar{z}$.

2) Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 4 + \frac{1}{\log_{27\sqrt{3}} 9}$.

Bài4(*1,0 điểm*).Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 2\cos x)\cos x dx$.

Bài5(*1,0 điểm*).Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-1), B(3;0;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P).

Bài6(*1,0 điểm*).

1) Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 3x + \cos 3x = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

2) Hội đồng coi thi THPT Quốc gia gồm có 30 cán bộ coi thi đến từ ba trường THPT trongđó có 12 giáo viên trường A, 10 giáo viên trường B, 8 giáo viên trường C. Chủ tịch Hội đồng coi thi chọn 2 cán bộ coi thi chứng kiến niêm phong gói đựng bì đề thi. Tính xác suất để 2 cán bộ coi thi được chọn là giáo viên của hai trường THPT khác nhau.

Bài7(*1,0 điểm*).Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 2a$, $BAC = 60^0$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, CM.

Bài8(*1,0 điểm*).Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, chotam giác ABC vuông tại A. Gọi $H(5;5)$ là hình chiếu vuông góc của đỉnh A trên cạnh BC, đường phân giác trong góc A của tam giác ABC nằm trên đường thẳng $x - 7y + 20 = 0$. Đường thẳng chứa trung tuyến AM của tam giác ABC đi qua điểm $K(-10;5)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết điểm B có tung độ dương.

Bài9 (*1,0 điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2(1+y^2)} - \sqrt{1+x^2} = 1 - xy \\ (2x - 7xy)\left(\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3xy}\right) = 5 \end{cases}$.

Bài10(*1,0 điểm*).Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + 10yz$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 8xyz - \frac{3x^3}{y^2 + z^2}$.

--------------------Hết--------------------

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh:..*Số báo danh:*....................................

Chữ kí của giám thị 1: .... *Chữ kí của giám thị 2:*...............................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12 THPT
Năm học 2015-2016

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Môn: TOÁN

(Đáp án – Thang điểm gồm 04 trang)

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>ĐÁP ÁN</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1
(1,0 điểm)</td><td>

- TXĐ: D = $\mathbb{R}$
- Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty.$
- Sự biến thiên: $y'=4x^3-4x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y(0)=0 \\ x=\pm1\Rightarrow y(\pm1)=-1\end{array}\right.$

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>

- Bảng biến thiên:

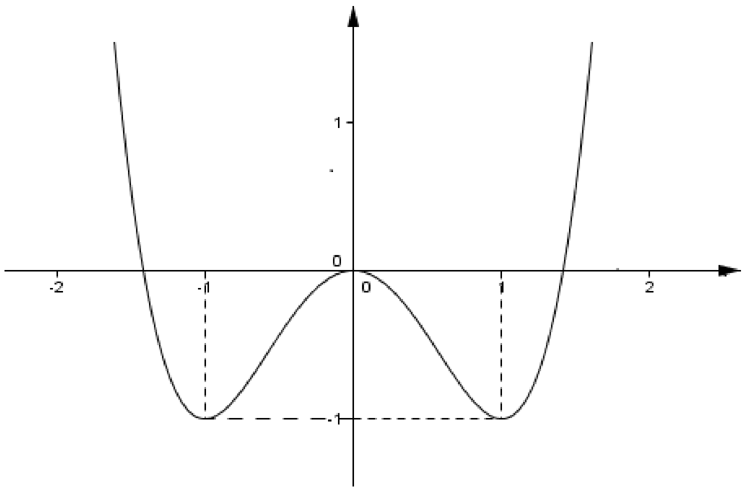
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>0</td><td>$\searrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>

- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
  Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.
- Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0\Rightarrow y_{CĐ}=0$.
  Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x=\pm1\Rightarrow y_{CT}=-1$.

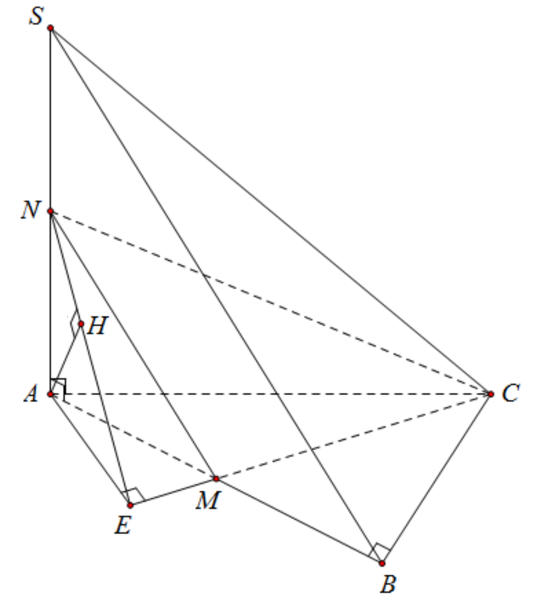
</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>

- Đồ thị:



</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2
(1,0 điểm)</td><td>TXĐ: D = $\mathbb{R}\setminus\{1\}$
Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C). Khi đó $y'(x_0)=-1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có phương trình $\dfrac{-1}{(x_0-1)^2}=-1\Leftrightarrow (x_0-1)^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=2.\end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Phương trình tiếp tuyến d của đồ thị (C) tại điểm $(0;1)$ là $y=-x+1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Phương trình tiếp tuyến d của đồ thị (C) tại điểm $(2;3)$ là $y=-x+5$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3
(1,0 điểm)</td><td>a) $\omega=3(3+2i)-(3-2i)=6+8i$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Phần thực của số phức ω=6+8i bằng 6.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b) $\log_2 4=2$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	$\dfrac{1}{\log_{27\sqrt{3}}9}=\log_9 27\sqrt{3}=\dfrac{7}{4}\Rightarrow P=2+\dfrac{7}{4}=\dfrac{15}{4}.$	0,25
4 *(1,0 điểm)*	$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+2\cos x)\cos xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos xdx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\cos^2 xdx.$	0,25
	$I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos xdx$. Đặt $\begin{cases}u=x\Rightarrow du=dx\\ dv=\cos xdx\Rightarrow v=\sin x\end{cases}\Rightarrow I_1=x\sin x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx$	0,25
	$\Rightarrow I_1=\dfrac{\pi}{2}-1$	0,25
	Tính $I_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\cos^2 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)dx=\left(x+\dfrac{1}{2}\sin 2x\right)\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{\pi}{2}.\Rightarrow I=I_1+I_2=\pi-1.$	0,25
5 *(1,0 điểm)*	Trung điểm của AB là $I(2;1;-3)$, $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-4)$.	0,25
	Mặt phẳng trung trực của *AB* đi qua *I* và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}$ là 1 VTPT có phương trình $x-y-2z-7=0$.	0,25
	Giả sử *d* cắt trục *Ox* tại M(*m*;0;0). Khi đó $d:\begin{cases}qua\ A(1;2;-1)\\ 1\ VTCP\ \vec{u}_d=\overrightarrow{AM}=(m-1;-2;1).\end{cases}$ $d\ //\ (P)\Leftrightarrow\begin{cases}A(1;2;-1)\notin(P)\\ \vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4\neq 0\\ \vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}\Leftrightarrow 2m-1=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}.$	0,25
	$d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}.$	0,25
6 *(1,0 điểm)*	**a)** Giải phương trình PT $\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x+\dfrac{1}{2}\cos 3x=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$	0,25
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+\dfrac{\pi}{6}=2x+\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ 3x+\dfrac{\pi}{6}=\pi-2x-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{k2\pi}{5}\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$	0,25
	b) Gọi A là biến cố : "chọn 2 cán bộ coi thi là giáo viên của hai trường THPT khác nhau." Số phần tử không gian mẫu: $\|\Omega\|=C_{30}^2=435$ $\|A\|=C_{12}^1C_{10}^1+C_{12}^1C_8^1+C_{10}^1C_8^1=296$	0,25
	Vậy xác suất để 2 cán bộ coi thi ở hai trường THPT khác nhau là $P(A)=\dfrac{296}{435}$	0,25
7 *(1,0 điểm)*	Xét tam giác *ABC* có $BC=AB\tan 60^0=2a\sqrt{3}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=2a^2\sqrt{3}.$	0,25
	$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.2a^2\sqrt{3}=2a^3.$	0,25
	- Gọi *N* là trung điểm cạnh *SA*. Do $SB\ //\ (CMN)$ nên $d(SB,CM)=d(SB,(CMN))=d(B,(CMN))=d(A,(CMN))$. - Kẻ $AE\perp MC, E\in MC$ và kẻ $AH\perp NE, H\in NE$ Chứng minh được $AH\perp(CMN)\Rightarrow d(A,(CMN))=AH$.	0,25

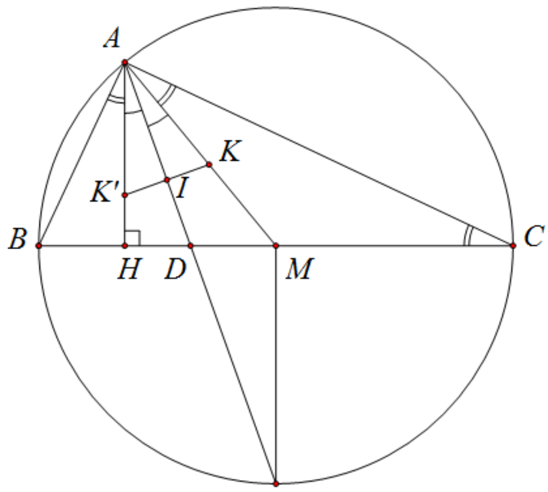
<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Tính $AE = \dfrac{2S_{\Delta AMC}}{MC}$ trong đó:

$\left.\begin{array}{l} S_{\Delta AMC} = \dfrac{1}{2} AM.AC.\sin CAM = a^2\sqrt{3} \\ MC = a\sqrt{13} \end{array}\right\}$

$\Rightarrow AE = \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$.

Tính được $AH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{29}}$.

$d(A,(CMN)) = \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{29}} \Rightarrow d(SB,CM) = \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{29}}$.
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="4">8
(1,0 điểm)</td>
<td>


Ta có $ACB = BAH$ (do cùng phụ với góc ABC).

Hơn nữa, *MA*=*MB*=*MC* nên $MAC = MCA \Rightarrow BAH = MAC$. Suy ra đường phân giác trong *AD* của góc A cũng là phân giác của góc HAM.
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>
Gọi *K'* là điểm đối xứng với *K* qua *AD* thì *K'* thuộc *AH*.
Viết được phương trình *KK'*: $7x + y + 65 = 0$

$KK' \cap AD = I \Rightarrow I\left(-\dfrac{19}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$

$\Rightarrow K'(-9;-2)$
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>
$AH: x - 2y + 5 = 0$, $AH \cap AD = A \Rightarrow A(1;3) \Rightarrow BC: 2x + y - 15 = 0$.

Đường thẳngn *AM* đi qua *A* và *K* nên $AM: 2x + 11y - 35 = 0$. Vậy $M\left(\dfrac{13}{2};2\right)$.
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>
Vì *B* thuộc đường thẳng*BC* nên $B(b;15-2b)$.

Do $MA = MB \Rightarrow 5b^2 - 65b + 180 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 9 \\ b = 4 \end{array}\right.$

Vậy $B(4;7), C(9;-3)$.
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>9
(1,0 điểm)</td>
<td>
ĐK: $\begin{cases} x \ge \dfrac{2}{3} \\ x + 3xy \ge 0 \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{1+y^2} - \sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}} = \dfrac{1}{x} - y \Leftrightarrow y + \sqrt{1+y^2} = \dfrac{1}{x} + \sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ (3).

Xét hàm số $f(t) = t + \sqrt{1+t^2}$, $t \in \mathbb{R}$. Do $f'(t) > 0 \Rightarrow$ hàm số *f* đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(3) \Leftrightarrow f(y) = f\left(\dfrac{1}{x}\right) \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{x}$.
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
</table>

	Khi đó, $(2) \Leftrightarrow (2x-7)\left(\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3}\right)=5 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3}-\dfrac{5}{2x-7}=0$ (vì $x=\dfrac{7}{2}$ không là nghiệm)	0,25
	Xét hàm số $g(x)=\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3}-\dfrac{5}{2x-7}$ với $x\in\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$. Ta có $g'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x-2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}+\dfrac{10}{(2x-7)^2}$ Vì $3\sqrt{x+3}-\sqrt{3x-2}>0\ \ \forall x\in\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$. $\Rightarrow g'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x-2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}+\dfrac{10}{(2x-7)^2}>0$ với $x\in\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$.	0,25
	Suy ra $g(x)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{7}{2};+\infty\right)$ Mà $g(1)=g(6)=0$ nên phương trình có hai nghiệm là x=1;x=6 Vậy hệ có nghiệm là $(1;1);\left(6;\dfrac{1}{6}\right)$	0,25
10 *(1,0 điểm)*	Ta có $x^2+y^2+z^2=xy+xz+10yz \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{2}-(y+z)\right)^2=12yz-\dfrac{3x^2}{4}$ Suy ra $16yz\ge x^2 \Rightarrow 16xyz\ge x^3$	0,25
	Mặt khác ta có $y^2+z^2\ge 2yz\ge\dfrac{x^2}{8}\Rightarrow -\dfrac{3x^3}{y^2+z^2}\ge -24x$	0,25
	Khi đó $P=8xyz-\dfrac{3x^3}{y^2+z^2}\ge\dfrac{x^3}{2}-24x$ Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{2}-24x$ với $x\in(0;+\infty)$ Suy ra $\min\limits_{x\in(0;+\infty)} f(x)=-64$ khi $x=4\Rightarrow y=z=1$	0,25
	Vậy $\min P=-64$ khi $x=4, y=z=1$.	0,25